1ο Διαγώνισμα Προσομοίωσης

Εξεταζόμενο Μάθημα: **Φυσική Προσανατολισμού Θετικών Επιστημών**

Ημερομηνία: Ιούνιος 2021

ΘΕΜΑ Α

Στις ημιτελείς προτάσεις **Α1-Α4** να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση που συμπληρώνει σωστά κάθε πρόταση.

Α1. Το μέτρο της έντασης σε ένα σημείο μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται από ευθύγραμμο ρευματοφόρο αγωγό απείρου μήκους:

α. δεν εξαρτάται από την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό.
β. δεν εξαρτάται από τη φορά του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό.
γ. είναι αντιστρόφως ανάλογο της έντασης του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό.
δ. είναι ανάλογο με το τετράγωνο της έντασης του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό.

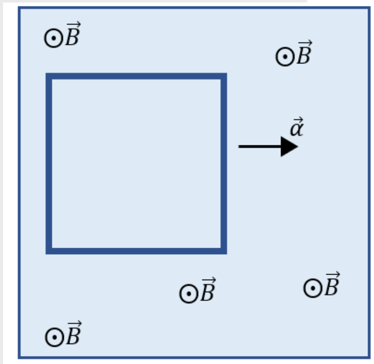
(Μονάδες 5)

Α2. Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A, μέγιστης ταχύτητας υ_{max}, με αρχική φάση $\frac{11\pi}{6} rad$. Αν τη χρονική στιγμή $t = 0$, βρίσκεται σε απομάκρυνση x με ταχύτητα υ, τότε:

α. $x = \frac{1}{2}A, \upsilon = \frac{\sqrt{3}}{2}\,\upsilon_{max}$
β. $x = \frac{1}{2}A, \upsilon = -\frac{\sqrt{3}}{2}\,\upsilon_{max}$
γ. $x = -\frac{1}{2}A, \upsilon = \frac{\sqrt{3}}{2}\,\upsilon_{max}$
δ. $x = -\frac{1}{2}A, \upsilon = -\frac{\sqrt{3}}{2}\,\upsilon_{max}$

(Μονάδες 5)

Α3. Στο διπλανό σχήμα το κλειστό μεταλλικό τετράγωνο πλαίσιο πλευράς d, που εμφανίζεται ωμική αντίσταση, βρίσκεται ολόκληρο και ακίνητο μέσα σε κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}$. Στο πλαίσιο που την $t = 0$ βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, στο όριο του πεδίου, αρχίζει να ασκείται κατάλληλη δύναμη $\vec{F}$ με αποτέλεσμα το πλαίσιο να αρχίσει να εξέρχεται με σταθερή επιτάχυνση $\vec{\alpha}$.



Κατά τη διάρκεια της εξόδου του πλαισίου από το πεδίο:

α. η ΗΕΔ από επαγωγή είναι σταθερή.
β. το επαγωγικό φορτίο που θα διακινηθεί στο πλαίσιο είναι ανάλογο της επιτάχυνσης του αγωγού.
γ. το επαγωγικό ρεύμα που διαρρέει το πλαίσιο έχει φορά αντίθετη με αυτή των δεικτών του ρολογιού.
δ. ο ρυθμός έκλυσης θερμότητας από το πλαίσιο λόγω φαινομένου Joule είναι χρονικά σταθερός.

(Μονάδες 5)

Α4. Όταν στα άκρα αντιστάτη εφαρμόζουμε εναλλασσόμενη τάση $\upsilon = 8\sqrt{2}\,\eta\mu(\omega t)$, η ενεργός τιμή της έντασης του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη είναι $I_{\varepsilon\nu} = 4A$. Η αντίσταση του αντιστάτη είναι:

α. $R = 2\sqrt{2}\Omega$
β. $R = 4\Omega$
γ. $R = 2\Omega$
δ. $R = 0{,}5\ \Omega$

(Μονάδες 5)

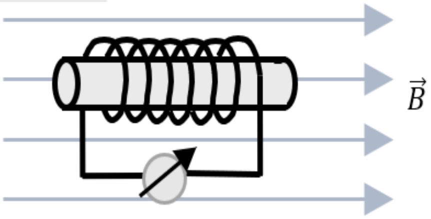
Α5. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν με τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή με **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz, τα επαγωγικά ρεύματα έχουν τέτοια φορά ώστε να μην αντιτίθενται στο αίτιο που τα προκαλεί.
β. Όταν σε ένα οριζόντιο λάστιχο ποτίσματος μειώνουμε το εμβαδόν διατομής του σημείου εξόδου του νερού, τότε αυξάνουμε την πίεση με την οποία εξέρχεται το νερό.
γ. Η ορμή ενός συστήματος σωμάτων που συγκρούονται παραμένει σταθερή, διότι οι εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται στο σύστημα είναι συντηρητικές.
δ. Η φάση της απλής αρμονικής ταλάντωσης ενός σώματος είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου.
ε. Σύμφωνα με το νόμο του Faraday, αν ο ρυθμός μεταβολής της μαγνητικής ροής είναι σταθερός, τότε η ΗΕΔ από επαγωγή έχει μηδενική τιμή.

(Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ Β

Β1. Ένα πηνίο του οποίου τα άκρα συνδέονται με γαλβανόμετρο βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}$ με τις δυναμικές του γραμμές να είναι κάθετες στις σπείρες του πηνίου, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Αν η ένταση του μαγνητικού πεδίου αυξάνεται με σταθερό ρυθμό μεταβολής, η απόλυτη τιμή του ηλεκτρικού φορτίου $|q|$ που διέρχεται από το γαλβανόμετρο:



α. είναι μεγαλύτερη, αν ο ρυθμός μεταβολής του μέτρου της έντασης του μαγνητικού πεδίου είναι μεγάλος.
β. είναι μεγαλύτερη, αν ο ρυθμός μεταβολής του μέτρου της έντασης του μαγνητικού πεδίου είναι μικρός.
γ. δεν εξαρτάται από το ρυθμό μεταβολής του μέτρου της έντασης του μαγνητικού πεδίου.

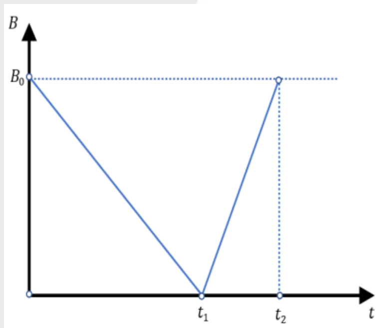
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

(Μονάδες 1)

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

(Μονάδες 3)

Β2. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η χρονική εξέλιξη του μέτρου της έντασης μαγνητικού πεδίου του οποίου οι δυναμικές γραμμές διέρχονται από την επιφάνεια ενός αγώγιμου πλαισίου, σχήματος τετραγώνου, και πλευράς α. Το πλαίσιο βρίσκεται ακίνητο και ολόκληρο μέσα στο μαγνητικό πεδίο. Αν γνωρίζετε ότι $t_2 = \frac{4}{3}t_1$, τότε η επαγωγική τάση $E_{(\varepsilon\pi)1}$ που αναπτύσσεται στο πλαίσιο κατά το χρονικό διάστημα $0 \le t \le t_1$ καθώς και η επαγωγική τάση $E_{(\varepsilon\pi)2}$ που αναπτύσσεται στο πλαίσιο κατά το χρονικό διάστημα $t_1 \le t \le t_2$, ικανοποιούν την σχέση:



α. $E_{(\varepsilon\pi)1} = -\frac{3}{4}E_{(\varepsilon\pi)2}$
β. $E_{(\varepsilon\pi)1} = -\frac{1}{3}E_{(\varepsilon\pi)2}$

γ. $E_{(\varepsilon\pi)1} = \frac{1}{3} E_{(\varepsilon\pi)2}$

δ. $E_{(\varepsilon\pi)1} = \frac{3}{4} E_{(\varepsilon\pi)2}$

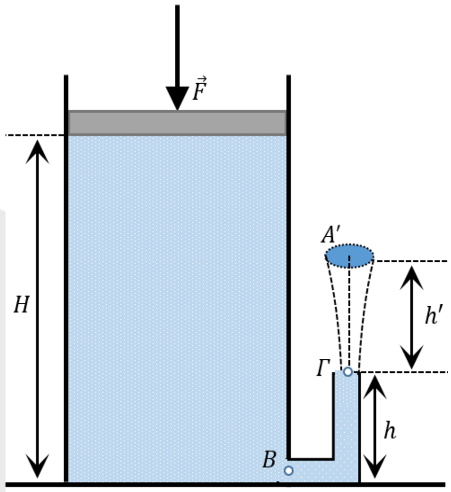
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

(Μονάδες 1)

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

(Μονάδες 3)

Β3. Κυλινδρικό δοχείο που περιέχει νερό σε ύψος από το έδαφος $H = 1{,}5\ m$ κλείνεται αεροστεγώς με αβαρές έμβολο εμβαδού $A = 1\ m^2$ το οποίο μπορεί να κινείται χωρίς τριβές. Στη βάση του δοχείου έχουμε τοποθετήσει σωλήνα με εμβαδό διατομής $A_1 = 4\ 10^{-3}\ m^2$, το στόμιο του οποίου απέχει από το έδαφος απόσταση $h = 0{,}5\ m.$ Ασκούμε στο έμβολο κατακόρυφα προς τα κάτω δύναμη μέτρου$F = 2500\ N$ με αποτέλεσμα το νερό να εξέρχεται από το άκρο Γ του σωλήνα με σταθερή ταχύτητα u_Γ. Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι$g = 10\ {}^{m}/_{s^2}$ και η πυκνότητα του νερού είναι $\rho = 1000\ {}^{kg}/_{m^3}$.



Το εμβαδό διατομής του πίδακα του ρευστού σε απόσταση $h' = 0{,}45\ m$ από το στόμιο εκροής στο σημείο Γ θα είναι:

α. $A' = 3 \cdot 10^{-3}\ m^2$

β. $A' = 5\ \cdot 10^{-3}\ m^2$

γ. $A' = 6\ \cdot 10^{-3}\ m^2$

δ. $A' = 8\ \cdot 10^{-3}\ m^2$

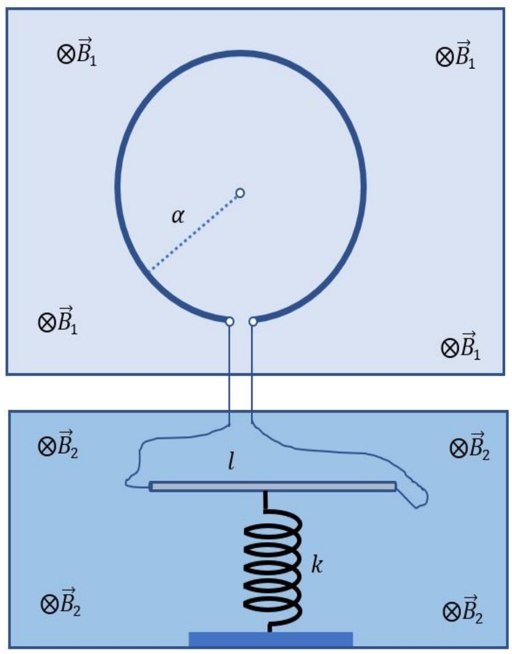
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

(Μονάδες 2)

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

(Μονάδες 6)

Β4. Κυκλικός αγώγιμος αγωγός ακτίνας $\alpha = \frac{1}{\sqrt{\pi}}$ βρίσκεται ακλόνητα στερεωμένος μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B_1το μέτρο του οποίου μεταβάλλεται με σταθερό ρυθμό. Τα άκρα του κυκλικού αγωγού είναι συνδεδεμένα με ευθύγραμμο αγωγό μήκους $l = 1m$ και μάζας $m = 2kg$, που βρίσκεται σε διαφορετικό ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B_2 = 1T$, όπως φαίνεται στο σχήμα.
Στο μέσο του αγωγού έχει προσαρμοστεί κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθεράς $k = 10\ {}^{N}/_{m}$ το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο ακλόνητα. Η συνολική ωμική αντίσταση των δύο αγωγών είναι ίση με $R_{o\lambda} = 10\Omega$. Αρχικά ο ευθύγραμμος αγωγός ισορροπεί ακίνητος με το ελατήριο να έχει επιμηκυνθεί κατά $\Delta l = 0{,}2m$ και διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα έντασης $I_{\varepsilon\pi}$.



Ο ρυθμός μεταβολής της μαγνητικής επαγωγής του μαγνητικού πεδίου στο οποίο βρίσκεται ο κυκλικός αγωγός, είναι:

α. $\frac{\Delta B_1}{\Delta t} = 110\ {T}/{s}$

β. $\frac{\Delta B_1}{\Delta t} = -110\ {T}/{s}$

γ. $\frac{\Delta B_1}{\Delta t} = 220\ {T}/{s}$

δ. $\frac{\Delta B_1}{\Delta t} = -220\ {T}/{s}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

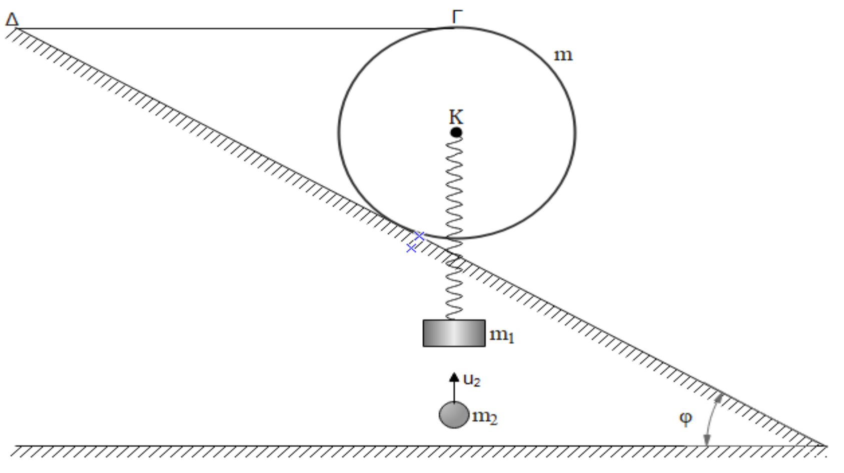
(Μονάδες 3)

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

(Μονάδες 6)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται ο τροχός του σχήματος, μάζας $m = 2kg$ ο οποίος ισορροπεί σε πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο, γωνίας κλίσης $\varphi = 60^o$ με την βοήθεια του οριζόντιου νήματος $(\Gamma\Delta)$. Στο κέντρο του τροχού, έχουμε δέσει το ένα άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k = 100\ {N}/{m}$, ενώ στο άλλο άκρο του βρίσκεται ακλόνητα προσδεμένο, ακίνητο σώμα μάζας $m_1 = 2kg$.



Γ1. Να αποδείξετε ότι στον τροχό ασκείται στατική τριβή $T_{\sigma\tau}$.

(Μονάδες 6)

Γ2. Να υπολογιστεί το μέτρο της τάσης του νήματος T, καθώς και το μέτρο της στατικής τριβής $T_{\sigma\tau}$.

(Μονάδες 6)

Κατά την ισορροπία της m_1 σώμα μάζας $m_2 = \frac{m_1}{3}$ κινείται κατακόρυφα προς τα επάνω και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με την ακίνητη μάζα m_1. Το σώμα μάζας m_1, ξεκινά να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, ενώ ακινητοποιείται για πρώτη φορά, τη στιγμή που το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος.

Γ3. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος μάζας m_2, λίγο πριν την κρούση του με το ακίνητο σώμα μάζας m_1.

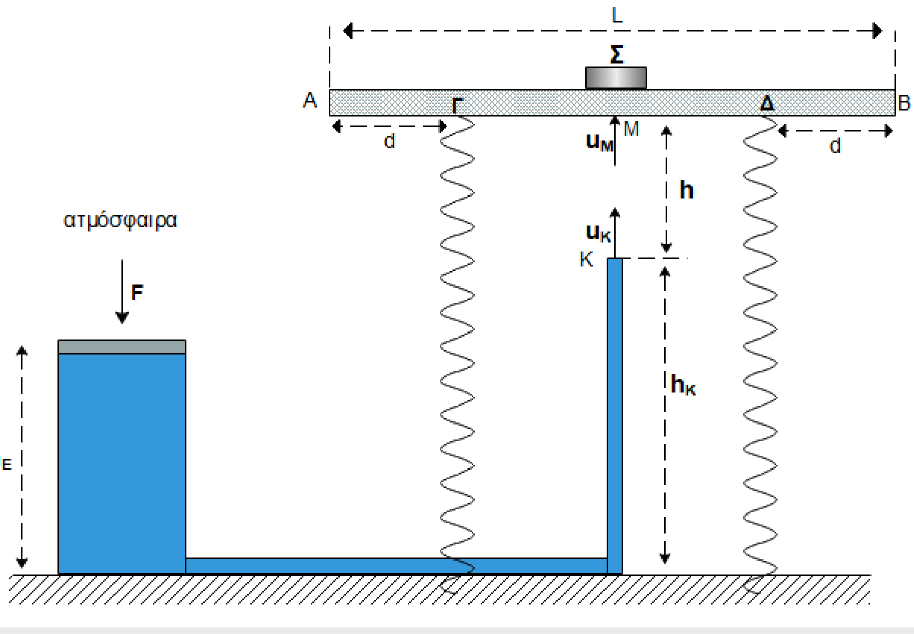
(Μονάδες 6)

Γ4. Θεωρώντας θετική φορά προς τα πάνω, να γράψετε τις χρονικές εξισώσεις των δυνάμεων της τάσης από το σχοινί T και της στατικής τριβής μεταξύ δαπέδου και τροχού $T_{\sigma\tau}$. Να εξετάσετε αν θα μπορούσε να χάσει οριακά ο τροχός την επαφή του με το δάπεδο κατά την διάρκεια της απλής αρμονικής ταλάντωσης.

(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ Δ

Λεπτή ομογενής ράβδος (AB) μάζας $M = 2kg$ και μήκους $L = 2m$, ισορροπεί σε οριζόντια θέση, στερεωμένη σε δύο σημεία (Γ) και (Δ) στα επάνω άκρα δυο κατακόρυφων ιδανικών ελατηρίων με ίσα φυσικά μήκη l_0, και σταθερές $k_1 = k_2 = 50\ {}^{N}/_{m}$. Τα κάτω άκρα των ελατηρίων είναι ακλόνητα στερεωμένα στο οριζόντιο δάπεδο. Τα σημεία (Γ) και (Δ) απέχουν από τα άκρα (A) και (B) απόσταση $d = 0{,}5\ m$ αντίστοιχα. Στο μέσο της ράβδου έχει τοποθετηθεί σώμα (Σ) αμελητέων διαστάσεων και μάζας $m = 1kg$. Κάτω από την ράβδο (όπως φαίνεται και στο σχήμα) βρίσκεται κατακόρυφο κυλινδρικό δοχείο ύψους $h_E = 0{,}2m$ και εμβαδού βάσης $A = 50\ cm^2$, το οποίο είναι γεμάτο με νερό και φράσσεται με έμβολο, το οποίο μπορεί να κινείται χωρίς τριβές.
Στη βάση της πλευρικής επιφάνειας του κυλινδρικού δοχείου έχει προσαρμοστεί σωλήνας σταθερής διατομής $A_\kappa = 7{,}5\ 10^{-3} m^2$. Το κατακόρυφο τμήμα του σωλήνα έχει ύψος $h_k = 0{,}6\ m$. Στο έμβολο ασκείται δύναμη F και το ρευστό εκρέει από τον σωλήνα στο σημείο (K) με ταχύτητα u_κ. Η φλέβα του ρευστού ανέρχεται στην συνέχεια κατά ύψος $h = 0{,}15m$ και προσκρούει κάθετα στο κέντρο της δοκού, στο σημείο (M). Κατά την κρούση στο σημείο (M), η φλέβα εκτρέπεται προς όλες τις οριζόντιες διευθύνσεις συμμετρικά, έτσι ώστε η δοκός να ισορροπεί ακίνητη. Η δοκός βρίσκεται σε ισορροπία σε θέση κατά την οποία τα δύο ελατήρια είναι συσπειρωμένα κατά $\Delta l_1 = \Delta l_2 = \Delta l = 0{,}15\ m$.



Δ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης F η οποία ασκείται στο έμβολο του κυλινδρικού δοχείου.

(Μονάδες 6)

Στην συνέχεια απομακρύνουμε το κυλινδρικό δοχείο με αποτέλεσμα το σύστημα ράβδος-σώμα να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

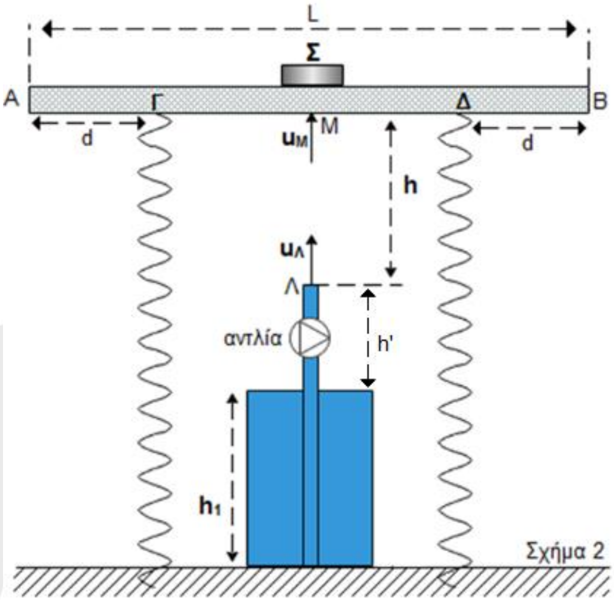
Δ2. Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της αλγεβρικής τιμής της κάθετης αντίδρασης N που δέχεται το σώμα από τη δοκό.

(Μονάδες 6)

Δ3. Να εξετάσετε, αν το σώμα (Σ) χάνει την επαφή του με την ράβδο κατά την διάρκεια της απλής αρμονικής ταλάντωσης. Ποια θα ήταν η μέγιστη επιτρεπτή τιμή πλάτους για την απλή αρμονική ταλάντωση, έτσι ώστε το σώμα οριακά να μη χάνει την επαφή του με την ράβδο;

(Μονάδες 6)

Θεωρούμε τώρα ότι στα αρχικά δεδομένα δεν υπάρχει το κυλινδρικό δοχείο αλλά υπάρχει κυλινδρική δεξαμενή ύψους h_1 κάτω από την ράβδο και επί του οριζοντίου επιπέδου όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.



Με τη χρήση αντλίας σταθερής ισχύος P, η οποία τοποθετείται με τέτοιο τρόπο ώστε το σημείο Λ του σωλήνα να απέχει από την επιφάνεια του νερού ύψος $h' = 0{,}6m$. Από τον πυθμένα της δεξαμενής, αντλείται νερό, το οποίο εκτοξεύεται από το στόμιο του σωλήνα της αντλίας, σημείο (Λ). Το εμβαδό διατομής του σωλήνα στο σημείο εκροής (Λ) είναι $A_\Lambda = 7{,}5\ 10^{-3} m^2$ ενώ η ταχύτητα εκροής είναι u_Λ. Αφού το νερό ανέλθει κατά ύψος $h = 0{,}15m$ (ομοίως με την αρχική περίπτωση) προσκρούει κάθετα στο κέντρο της δοκού στο σημείο M. Η δοκός βρίσκεται σε ισορροπία σε θέση κατά την οποία τα δύο ελατήρια είναι συσπειρωμένα κατά $\Delta l_1 = \Delta l_2 = \Delta l = 0{,}15\ m$.

Δ4. Να υπολογίσετε την σταθερή ισχύ P της αντλίας.

(Μονάδες 7)

Δίνονται : Η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ {}^{m}/_{s^2}$, η πυκνότητα του νερού $\rho = 1 \cdot 10^3\ {}^{kg}/_{m^3}$ και η ατμοσφαιρική πίεση $p_{\alpha\tau\mu} = 1 \cdot 10^5\ {}^{N}/_{m^2}$.

Ενδεικτικές Απαντήσεις 1ου Διαγωνίσματος

ΘΕΜΑ Α

Α1: β **Α2**: γ **Α3**: γ **Α4**: γ

Α5:

- **α.** Λάθος
- **β.** Λάθος
- **γ.** Λάθος
- **δ.** Λάθος
- **ε.** Λάθος

ΘΕΜΑ Β

Β1.

Κατά τον Νόμο του Neumann, το ηλεκτρικό φορτίο το οποίο μετατοπίζεται για ορισμένη μεταβολή της μαγνητικής ροής εντός κλειστού κυκλώματος, είναι ανεξάρτητο του χρόνου που διαρκεί η μεταβολή και ισούται με:

$$q = N\frac{|\Delta\Phi|}{R_{o\lambda}} \Rightarrow q = N\frac{|\Delta B|A}{R_{o\lambda}}$$

Κατά συνέπεια τα μεγέθη $|q|$ και ΔB είναι ανάλογα, ενώ $|q|$ είναι ανεξάρτητο του $\frac{\Delta B}{\Delta t}$.

Σωστή απάντηση: το γ

Β2.

Από τον νόμο Faraday προκύπτει :

Για το χρονικό διάστημα $0 \leq t \leq t_1$

$$E_{(\varepsilon\pi)1} = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{\Phi_{\tau\varepsilon\lambda} - \Phi_{\alpha\rho\chi}}{t_1 - 0} = \frac{0 - B_0 a^2}{t_1} = -\frac{B_0 a^2}{t_1} \quad (1)$$

και για το χρονικό διάστημα $t_1 \leq t \leq t_2$

$$E_{(\varepsilon\pi)2} = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{\Phi_{\tau\varepsilon\lambda} - \Phi_{\alpha\rho\chi}}{t_2 - t_1} = \frac{B_0 a^2 - 0}{\frac{4}{3}t_1 - t_1} = \frac{B_0 a^2}{\frac{t_1}{3}} = \frac{3B_0 a^2}{t_1} \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:

$$\frac{E_{(\varepsilon\pi)1}}{E_{(\varepsilon\pi)2}} = \frac{-\frac{B_0 a^2}{t_1}}{\frac{3B_0 a^2}{t_1}} = -\frac{1}{3} \Longrightarrow E_{(\varepsilon\pi)1} = -\frac{E_{(\varepsilon\pi)2}}{3}$$

Σωστή απάντηση: το β.

Β3.

Από την ισορροπία του εμβόλου προκύπτει:

$$\Sigma F = 0 \Longrightarrow F + F_{\alpha\tau\mu} = F_A \Longrightarrow \frac{F_A}{A} = \frac{F_{\alpha\tau\mu}}{A} + \frac{F}{A} \Longrightarrow p_A = p_{\alpha\tau\mu} + \frac{F}{A} \, (1)$$

με p_A να εκφράζει την πίεση του ρευστού σε σημείο A, το οποίο αποτελεί ένα σημείο της εσωτερικής επιφάνειας του εμβόλου το οποίο βρίσκεται σε επαφή με το ρευστό.

Ορίζουμε ρευματική γραμμή από το (A) στο (Γ) και εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli:

$$p_A + \rho\, g\, H + \frac{1}{2}\,\rho\, u_A^2 = p_\Gamma + \rho\, g\, h + \frac{1}{2}\,\rho\, u_\Gamma^2$$

Αντικαθιστώντας την p_A απο τη σχέση (1) και λαμβάνοντας υπόψη το πολύ μεγάλο εμβαδό διατομής του εμβόλου σε σχέση με αυτό του σωλήνα ($A \gg A_1$) προκύπτει:

$$p_{\alpha\tau\mu} + \frac{F}{A} + \rho\, g\, H = p_{\alpha\tau\mu} + \rho\, g\, h + \frac{1}{2}\,\rho\, u_\Gamma^2 \Longrightarrow \frac{F}{A} + \rho\, g(H - h) = \frac{1}{2}\,\rho\, u_\Gamma^2 \Longrightarrow$$

$$u_\Gamma = \sqrt{\frac{2F}{\rho\, A} + 2g(H - h)} = 5\, {}^{m}/_{s}$$

Ορίζουμε ρευματική γραμμή από το (Γ) στο (A') και εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli:

$$p_\Gamma + \rho\, g\, h + \frac{1}{2}\,\rho\, u_\Gamma^2 = p_{A'} + \rho\, g\,(h + h') + \frac{1}{2}\,\rho\, u_{A'}^2 \Longrightarrow$$

$$p_{\alpha\tau\mu} - \rho\, g\, h' + \frac{1}{2}\,\rho\, u_\Gamma^2 = p_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2}\,\rho\, u_{A'}^2 \Longrightarrow$$

$$u_{A'} = \sqrt{u_\Gamma^2 - 2\, g\, h'} \Rightarrow u_{A'} = 4\, {}^{m}/_{s}$$

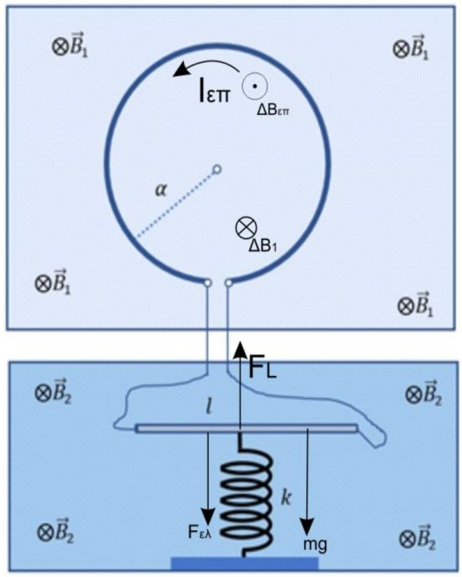
Από την εξίσωση συνέχειας προκύπτει:

$$A_\Gamma\, u_\Gamma = A'\, u_{A'} \Rightarrow A' = A_\Gamma \frac{u_\Gamma}{u_{A'}} = 5\; 10^{-3} m^2.$$

Σωστή απάντηση: το β.

Β4. Εφόσον ο αγωγός ισορροπεί με το ελατήριο επιμηκυμένο και τις δυνάμεις του βάρους και του ελατηρίου προς τα κάτω η δύναμη Laplace έχει κατεύθυνση προς τα επάνω. Από την ισορροπία μπορούμε να υπολογίσουμε την ένταση του επαγωγικού ρεύματος:

$$\Sigma F = 0 \Longrightarrow$$
$$F_L - w - F_{\varepsilon\lambda} = 0 \Longrightarrow$$
$$F_L = w + F_{\varepsilon\lambda} \Longrightarrow$$
$$B_2 I_{\varepsilon\pi}\, l = mg + k\,\Delta l \Longrightarrow$$
$$I_{\varepsilon\pi} = \frac{\mathrm{mg+k\,\Delta l}}{B_2\, l} = 22A\ (1)$$



Η φορά του επαγωγικού ρεύματος στον κυκλικό αγωγό είναι αντίθετη από αυτή της φοράς των δεικτών του ρολογιού γεγονός που προσδιορίζει τη φορά του επαγωγικού πεδίου προς τα έξω, από τη σελίδα προς τον αναγνώστη (βλ. Σχήμα). Άρα, η μεταβολή του μαγνητικού πεδίου ΔB_1 είναι προς τα μέσα και με δεδομένη την αρχική κατεύθυνσή του συμπεραίνουμε ότι το μαγνητικό πεδίου αυξήθηκε.

Επομένως: $\frac{\Delta B_1}{\Delta t} > 0$

Από τον νόμο Faraday:

για το χρονικό διάστημα $0 \le t \le t_1$:

$$\left|E_{(\varepsilon\pi)}\right| = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{\Delta}{\Delta t}(B_1\, A) = A\frac{\Delta B_1}{\Delta t} = \pi\alpha^2\frac{\Delta B_1}{\Delta t} = \pi\left(\frac{1}{\sqrt{\pi}}\right)^2\frac{\Delta B_1}{\Delta t} = \frac{\Delta B_1}{\Delta t}\ (2)$$

Από τον νόμο του Ohm προκύπτει:

$$I_{\varepsilon\pi} = \frac{E_{(\varepsilon\pi)}}{R_{o\lambda}} = \frac{1}{10}\frac{\Delta B_1}{\Delta t}\ (3)$$

Από τις σχέσεις (1), (2) και (3) προκύπτει:

$$\frac{\Delta B_1}{\Delta t} = 220\ T/s$$

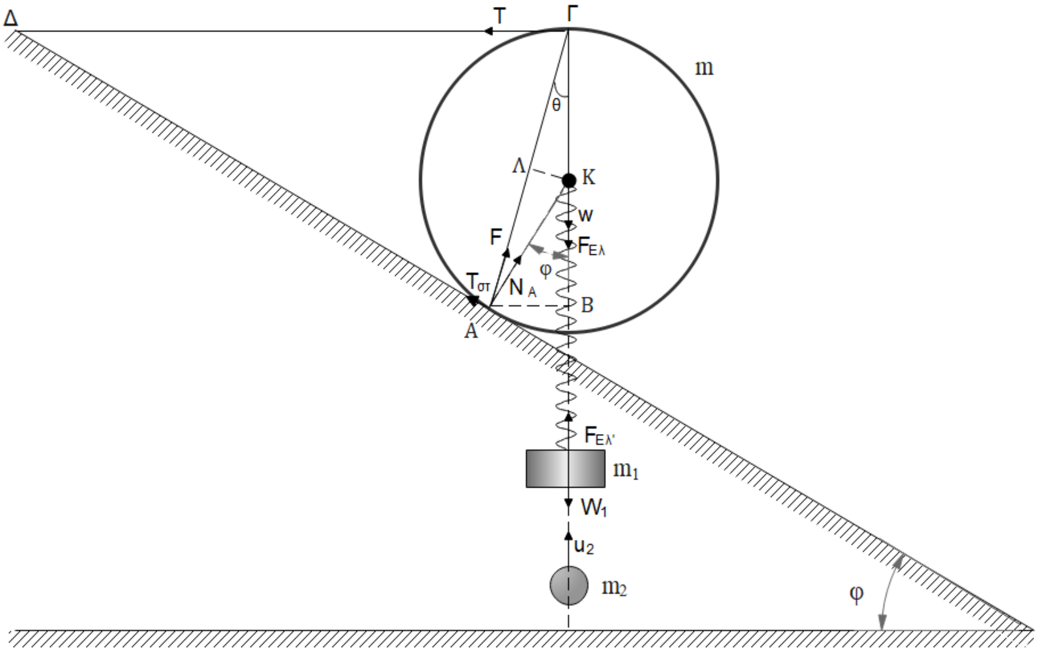
Σωστή απάντηση: το γ.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

Στον τροχό ασκείται το βάρος του $\vec{w}$, με τον φορέα του να διέρχεται από το (K), η τάση $\vec{T}$ του οριζόντιου σχοινιού, η δύναμη του ελατηρίου $F_{\varepsilon\lambda}$ και η δύναμη $\vec{F}$ από το κεκλιμένο δάπεδο. Έστω ότι το κεκλιμένο δάπεδο είναι λείο τότε δεν υφίσταται στατική τριβή, και η δύναμη $\vec{F}$ θα είναι κάθετη στο στο επίπεδο, με φορέα που θα διέρχεται από το κέντρο του τροχού. Από την ισορροπία του τροχού ως προς το κέντρο θα ισχύει:

$$(\Sigma\tau)_K = 0 \Longrightarrow$$
$$\tau_F + \tau_w + \tau_{F_{\varepsilon\lambda}} + \tau_T = 0 \Longrightarrow$$
$$T\ (K\Gamma) = 0 \Longrightarrow$$
$$(K\Gamma) = 0\text{: Αδύνατο}$$



Άρα, θα πρέπει να αναθεωρήσουμε την εκδοχή ότι η δύναμη $\vec{F}$ θα είναι κάθετη στο στο επίπεδο, με φορέα που θα διέρχεται από το κέντρο του τροχού. Έτσι υπάρχει στατική τριβή μεταξύ δαπέδου και τροχού.

Γ2. Το σώμα μάζας m_1 ισορροπεί στο άκρο του ελατηρίου.
Ισχύει: $\Sigma\vec{F} = 0 \Longrightarrow m_1 g = F_{\varepsilon\lambda}$
Λόγω της ισορροπίας του τροχού:

$$(\Sigma\tau)_A = 0 \Longrightarrow$$
$$\tau_F + \tau_w + \tau_{F_{\varepsilon\lambda}} + \tau_T = 0 \Longrightarrow$$
$$-w\,(AB) - F_{\varepsilon\lambda}(AB) + T\,(B\Gamma) = 0 \Longrightarrow$$
$$-w\,R\,\eta\mu\varphi - F_{\varepsilon\lambda}\,R\,\eta\mu\varphi + T\,R(1+\sigma\upsilon\nu\varphi) = 0 \Longrightarrow$$
$$T\,R(1+\sigma\upsilon\nu\varphi) = (w + F_{\varepsilon\lambda})R\,\eta\mu\varphi \Longrightarrow$$
$$T = \frac{(w + F_{\varepsilon\lambda})\,\eta\mu\varphi}{1+\sigma\upsilon\nu\varphi} \quad (1)$$

Με αντικατάσταση των δεδομένων της εκφώνησης προκύπτει:

$$T = \frac{40\,\frac{\sqrt{3}}{2}}{1+\frac{1}{2}} = \frac{40\sqrt{3}}{3}N$$

Η δύναμη F από το δάπεδο έχει συνιστώσες την κάθετη δύναμη N_A και τη δύναμη της στατικής τριβής $T_{\sigma\tau}$.
Για τη συνισταμένη των ροπών ως προς το κέντρο (K) προκύπτει:

$$(\Sigma\tau)_K = 0 \Longrightarrow$$
$$\tau_{N_A} + \tau_w + \tau_{F_{\varepsilon\lambda}} + \tau_T + \tau_{T_{\sigma\tau}} = 0 \Longrightarrow$$
$$-T_{\sigma\tau}\cdot(AK) + T\cdot(K\Gamma) = 0 \Longrightarrow$$
$$T_{\sigma\tau\alpha\tau} = T \quad (2)$$
$$T_{\sigma\tau\alpha\tau} = \frac{40\sqrt{3}}{3}\,N \Longrightarrow$$

Γ3. Το σύστημα ελατήριο-μάζα m_1 πριν την κρούση βρισκόταν στην θέση ισορροπίας του, δηλαδή:

$$\Sigma F = 0 \implies$$
$$k\Delta l = m_1\, g \implies$$
$$\Delta l = \frac{20}{100} = 0{,}2m$$

Η απλή αρμονική ταλάντωση που θα προκύψει από την ελαστική κρούση θα έχει πλάτος $0{,}2m$, και κατ' επέκταση η μέγιστη ταχύτητα της, (την οποία κατέχει στην Θ.Ι.) θα έχει μέτρο:

$$u_1 = \omega\, A = \sqrt{\frac{k}{m_1}}A = 0{,}2\,\sqrt{50} = \sqrt{2}\; m/s.$$

Αυτό είναι και το μέτρο της ταχύτητας του σώματος m_1 αμέσως μετά την ελαστική κρούση με την μάζα m_2.

Από την θεωρία της ελαστικής κρούσης ισχύει:

$$u_1 = \frac{2m_2}{m_1 + m_2}u_2 \implies \sqrt{2} = \frac{2\,{}^{m_1}\!/_3}{m_1 + {}^{m_1}\!/_3}u_2 \implies u_2 = 2\sqrt{2}\; m/s.$$

Γ4.

Η εξίσωση απομάκρυνσης της απλής αρμονικής ταλάντωσης είναι: $x = 0{,}2\;\eta\mu(5\sqrt{2}t)$

Από την δύναμη επαναφοράς της ταλάντωσης:

$$\Sigma F = -D_1 x \implies F_{\varepsilon\lambda} - w_1 = -100x \implies F_{\varepsilon\lambda} = 20 - 100x \;(3)$$

Από την σχέση (1) προκύπτει:

$$T = \frac{(w + F_{\varepsilon\lambda})\eta\mu\varphi}{1 + \sigma\upsilon\nu\varphi} \implies$$
$$T = \frac{\eta\mu\varphi}{1 + \sigma\upsilon\nu\varphi}\, w + \frac{\eta\mu\varphi}{1 + \sigma\upsilon\nu\varphi}\, F_{\varepsilon\lambda} \overset{(3)}{\implies}$$
$$T = \frac{20\,\frac{\sqrt{3}}{2}}{1 + \frac{1}{2}} + \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{1 + \frac{1}{2}}\,(20 - 100x\,) \implies$$
$$T = 40\,\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{100\sqrt{3}}{3}x$$

Από τη σχέση (2) η δύναμη της στατικής τριβής έχει μέτρο ίσο με αυτό της τάσης του νήματος:

$$T_{\sigma\tau} = \;40\,\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{100\sqrt{3}}{3}x$$

Για $-0{,}2 \le x \le 0{,}2$ η $T_{\sigma\tau}$ δε μηδενίζεται, άρα δεν υφίσταται το ενδεχόμενο, να χάσει την επαφή του ο τροχός με το κεκλιμένο δάπεδο.

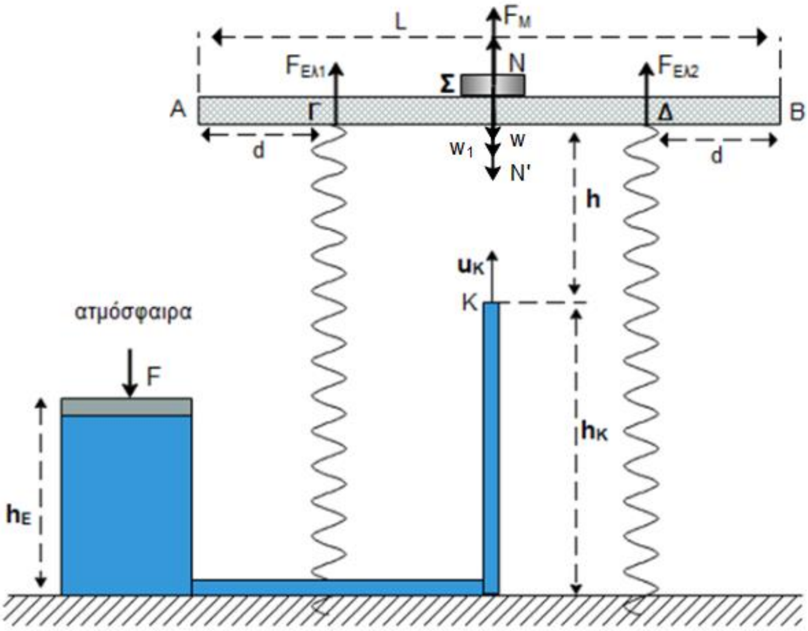
ΘΕΜΑ Δ

Δ1.

Έστω F_M η δύναμη που ασκείται στο μέσο της ράβδου από το υγρό.

Από την ισορροπία της ράβδου και κατ' απαίτηση του 1ου Νόμου του Νεύτωνα ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \implies F_M + 2\,F_{\varepsilon\lambda} - w - N' = 0 \text{ ή}$$
$$F_M = w + N' - 2\,k\,\Delta l \;(1)$$



Για το σώμα (Σ) το οποίο έχει τοποθετηθεί επί της δοκού και στο μέσο αυτής:

$$\Sigma F_y = 0 \Longrightarrow N = w_1$$

Από τον τρίτο Νόμο του Νεύτωνα είναι: $N' = N = w_1$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (1) προκύπτει:

$$F_M = w + w_1 - 2\,k\,\Delta l \Longrightarrow F_M = 15\,N$$

Στην συνέχεια και κατά την εκτόξευση φλέβας ρευστού από το στόμιο του σωλήνα στο σημείο (K), εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli μεταξύ των (K) και (M):

$$p_K + \rho\,g\,h_K + \frac{1}{2}\,\rho\,u_K^2 = p_M + \rho\,g\,h_M + \frac{1}{2}\,\rho\,u_M^2 \Longrightarrow$$

$$p_{\alpha\tau\mu} + \rho\,g\,(h_K - h_M) + \frac{1}{2}\,\rho\,u_K^2 = p_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2}\,\rho\,u_M^2 \Rightarrow$$

$$u_\kappa = \sqrt{u_M^2 + 2\,g\,h}\ \ (3)$$

Από την εξίσωση συνέχειας προκύπτει:

$$A_K\,u_K = A_M\,u_M \Longrightarrow A_M = A_K\,\frac{u_K}{u_M}\,(4)$$

Η δύναμη που δέχεται η δοκός από το νερό, είναι ίση και αντίθετη με την δύναμη που δέχεται η στοιχειώδης μάζα (Δm) του ρευστού, κατά την κρούση του με την δοκό στο σημείο (M), δηλαδή:

$$\vec{F}_M = -\vec{F}_M$$

Έστω (Δm) στοιχειώδης ποσότητα μάζας του ρευστού. Τότε:

$$\Delta p = \Delta m\left(u_{\tau\varepsilon\lambda} - u_{\alpha\rho\chi}\right)\ \text{όπου: } u_{\tau\varepsilon\lambda} = 0 \text{ και } u_{\alpha\rho\chi} = u_M$$

Δηλαδή: $\Delta p = \Delta m(0 - u_M) = -\Delta m\,u_M$

Από το γενικευμένο Νόμο του Νεύτωνα για την στοιχειώδη μάζα του ρευστού έχουμε:

$$F'_M = \frac{\Delta p}{\Delta t} = -\frac{\Delta m\,u_M}{\Delta t} = -\frac{\Delta m}{\Delta t}\,u_M$$

Άρα και η δύναμη επί της δοκού θα είναι:

$$F_M = \frac{\Delta m}{\Delta t}\,u_M = \rho\,\frac{\Delta V}{\Delta t}\,u_M = \rho\,(A_M\,u_M)\,u_M = \rho A_M u_M^2$$

Αντικαθιστώντας τη διατομή A_M από τη σχέση (4) και την τιμή της F_M έχουμε:

$$10^3 \cdot 7{,}5 \cdot 10^{-3} \frac{u_K}{u_M} u_M^2 = 15$$

Δηλαδή: $u_K \cdot u_M = 2$ (5)

Λύνοντας το σύστημα των (3) και (5) προκύπτει:

$$u_M = 1\ {}^{m}/_{s}$$
$$\text{και}\ u_K = 2\ {}^{m}/_{s}$$

Από την ισορροπία του εμβόλου έχουμε:

$$\Sigma F = 0 \Longrightarrow F + F_{\alpha\tau\mu} = F_E \Longrightarrow \frac{F_E}{A} = \frac{F_{\alpha\tau\mu}}{A} + \frac{F}{A} \Longrightarrow p_E = p_{\alpha\tau\mu} + \frac{F}{A} \quad (6)$$

με p_E να εκφράζει την πίεση του ρευστού σε σημείο A που αποτελεί ένα σημείο της εσωτερικής επιφάνειας του εμβόλου το οποίο βρίσκεται σε επαφή με το ρευστό.

Ορίζουμε ρευματική γραμμή από το (E) στο (K) και εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli:

$$p_E + \rho\, g\, h_E + \frac{1}{2}\, \rho\, u_E^2 = p_K + \rho\, g\, h_K + \frac{1}{2}\, \rho\, u_K^2 \overset{(6)}{\Longrightarrow}$$
$$p_{\alpha\tau\mu} + \frac{F}{A} + \rho\, g\, h_E = p_{\alpha\tau\mu} + \rho\, g\, h_K + \frac{1}{2}\, \rho\, u_K^2 \Longrightarrow$$
$$F = A\left[\rho\, g\, (h_K - h_E) + \frac{1}{2}\, \rho\, u_K^2\right] = 30N$$

Δ2. Η θέση ισορροπίας του συστήματος δοκού-Μάζας M–Μάζας m είναι

$$\Sigma F = 0 \Longrightarrow$$
$$2\, k\, x_0 = Mg + mg \Longrightarrow$$
$$x_0 = 0{,}3m$$

Κατά την εκκίνηση της ταλάντωσης το σώμα δεν έχει ταχύτητα, άρα βρίσκεται στο πλάτος απομάκρυνσης δηλαδή: $A = x_0 - \Delta l = 0{,}15\ m$.

Για την απλή αρμονική ταλάντωση η οποία προκύπτει ισχύει:

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{m+M}} = \sqrt{\frac{100}{3}} = 10\frac{\sqrt{3}}{3} r/s$$

Η εξίσωση απομάκρυνσης της απλής αρμονικής ταλάντωσης είναι:

$$x = 0{,}15\ \eta\mu\left(10\tfrac{\sqrt{3}}{3} t + \tfrac{\pi}{2}\right), \quad (7)$$

Για την σταθερά ταλάντωσης της μάζας m ισχύει :

$$D_1 = m\, \omega^2 = \tfrac{100}{3}\ {}^{N}/_{m}$$

Για την απλή αρμονική ταλάντωση του σώματος m ισχύει :

$$\Sigma F = -D_1 x \Longrightarrow N - w = -D_1 x \Longrightarrow N = w - D_1 x, \quad (8)$$

Τελικά: $N = 10 - \frac{100}{3} x$ και με τη βοήθεια της σχέσης (7) προκύπτει:

$$N = 10 - \frac{100}{3}\left(0{,}15\ \eta\mu\left(10\frac{\sqrt{3}}{3} t + \frac{\pi}{2}\right)\right) \Longrightarrow$$
$$N = 10 - 5\eta\mu\left(10\tfrac{\sqrt{3}}{3} t + \tfrac{\pi}{2}\right)$$

Δ3. Από την παραπάνω εξίσωση είναι προφανές ότι ισχύει πάντα $N > 0$, άρα το σώμα δε χάνει την επαφή του με τη δοκό. Έστω ότι η απλή αρμονική ταλάντωση περιγράφεται από την εξίσωση: $x = A\ \eta\mu\left(10\frac{\sqrt{3}}{3} t + \frac{\pi}{2}\right)$

Θα αναζητήσουμε την τιμή του πλάτους, για να χάνει οριακά το σώμα την επαφή του με την δοκό. Αντικαθιστώντας στη σχέση (8) έχουμε:

$$N = 10 - \frac{100}{3} A\, \eta\mu\left(10\frac{\sqrt{3}}{3}t + \frac{\pi}{2}\right)$$

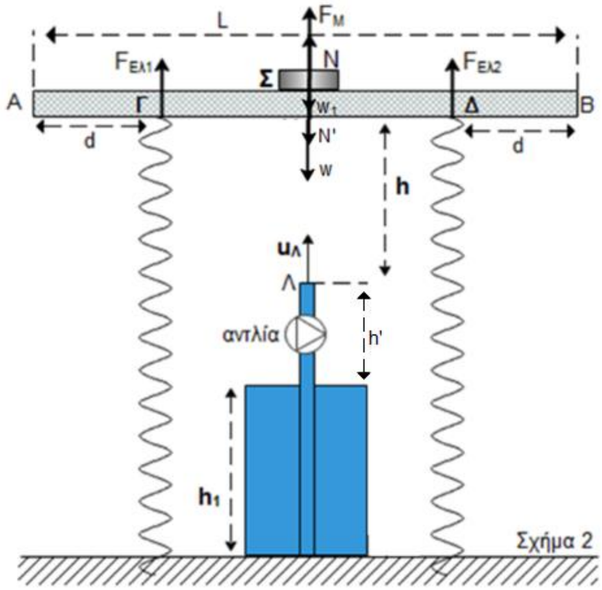
Απαιτούμε: $N = 0 \Longrightarrow 10 - \frac{100}{3}A = 0 \Longrightarrow A = 0{,}3m$

Άρα το πλάτος της κάθε ταλάντωσης πρέπει να είναι μικρότερο της παραπάνω τιμής.

Δ4.

Ακολουθώντας τη μεθοδολογία του ερωτήματος Δ1, υπολογίζουμε ομοίως ότι η ταχύτητα εκροής από την αντλία στην θέση (Λ) είναι ομοίως:

$u_\Lambda = 2\ {}^{m}/_{s}$



Έστω στοιχειώδη ποσότητα μάζας Δm η οποία αντλείται σε χρόνο Δt. Η αντλία αυξάνει την δυναμική και την κινητική ενέργεια της (Δm) κατά $(\Delta m)gh'$ και $\frac{1}{2}(\Delta m)u^2$ αντίστοιχα.

Το στοιχειώδες έργο (Δw) που παράγει η αντλία σε χρόνο (Δt) θα είναι:

$$\Delta W = \Delta m g h' + \frac{1}{2}(\Delta m)u^2 \Longrightarrow$$

$$\Delta W = \Delta m\left(gh' + \frac{1}{2}u^2\right)$$

Εξ' ορισμού για την ισχύ έχουμε:

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{\Delta m\left(gh' + \frac{1}{2}u_\Lambda^2\right)}{\Delta t} = \frac{\Delta m}{\Delta t}\left(gh' + \frac{1}{2}u_\Lambda^2\right) = \rho\, \frac{\Delta V}{\Delta t}\left(gh' + \frac{1}{2}u_\Lambda^2\right)$$

Επομένως:

$$P = \rho A_\Lambda u_\Lambda\left(gh' + \frac{1}{2}u_\Lambda^2\right)$$

Τελικά, με αντικατάσταση προκύπτει:

$$P = 10^3 \cdot 7{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 2\left(10 \cdot 0{,}6 + \frac{1}{2}\, 2^2\right) = 120\, W.$$

Επιμέλεια:

Η ομάδα Φυσικών του ΜΕΘΟΔΙΚΟΥ

Ευχόμαστε καλά αποτελέσματα!